MODELOS DE ENSEÑANZA DE LA DERIVADA: UN BREVE RESUMEN

DERIVATIVE TEACHING MODELS: A BRIEF SUMMARY

[1]Alexander Alberto Calderón Torres
Orcid: 0000-0002-3978-4813
ctorresaa@ucvvirtual.edu.pe
[2] Juana Doris Blas Rebaza
Orcid: 0000-0001-8254-4674
brebazajd@ucvvirtual.edu.pe
[3]Juan Pedro Soplapuco-Montalvo.
Orcid: 0000-0003-4631-8877
smontalvojp@ucvvirtual.edu.pe

Resumen

Este artículo pretende mostrar un breve resumen de los principales modelos de enseñanza de la derivada con la finalidad de servir de sustrato para construcción de modelos propios basándose en los referentes brindados; los hallazgos son directamente obtenidos de la literatura consultada, permitiendo diseñar elementos conceptuales tras la lectura que den paso a la creatividad del lector a fin de que establezca un modelo propio, cumpliendo con los indicadores necesarios de un breve resumen, donde algunos elementos educativos solo se construyen a partir de teorías como las aquí formuladas. De este modo, con el fin de abordar y mitigar la dificultad del aprendizaje del cálculo diferencial, específicamente la enseñanza de la derivada y tras la revisión propuesta se afirma que uno de los modelos más efectivos es el heurístico de Polya puesto que aún se sigue enseñando bajo su enfoque y con resultados adecuados, esto en particular en ingeniería.

Palabras clave: Modelos didácticos, derivada.

Abstract

[1] Magister en docencia universitaria e investigación educativa.

[2] Magister en docencia universitaria e investigación educativa.

[3] Doctor en Ciencias de la Educación, Maestro en Docencia Universitaria e Investigación Educativa, Licenciado en Educación, por la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, Perú. Docente de la Escuela de Posgrado de la Universidad Cesar Vallejo, Chiclayo. Email: smontalvojp@ucvvirtual.edu.pe, Cel.949570072, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4631-8877, Google académico: https://scholar.google.com/citations?user=Z6cSZVgAAAAJ&hl=es

This article aims to show a brief summary of the main teaching models of the derivative in order to serve as a substrate for the construction of own models based on the references provided; The findings are directly obtained from the consulted literature, allowing the design of conceptual elements after reading that give way to the creativity of the reader in order to establish their own model, complying with the necessary indicators of a brief summary, where some educational elements are only they build from theories such as those formulated here. In this way, in order to address and mitigate the difficulty of learning differential calculus, specifically the teaching of the derivative and after the proposed revision it is stated that one of the most effective models is the Polya heuristic since it is still being taught under his approach and with adequate results, this in particular in engineering.

Keywords: Didactic models, derivative.

Introducción

En la actualidad, América Latina es testigo de algunas modificaciones dentro de la enseñanza de la matemática y calculo con sus respectivas áreas temáticas. Estas áreas temáticas son emergentes sobre matemáticas educativas, y a la vez temas de diálogo y reflexión. Provienen de campos profesionales y científicos para buscar fundamentos teóricos que puedan incidir en su mejoramiento y aplicación a la docencia (Pérez, 2018). Paralelamente, existen varios esfuerzos donde se trabaja arduamente para implementar los lineamientos de política económica y social de los países, que requieren acciones para mejorar la calidad y ampliar la PEA y lograr el mejor uso de las capacidades de las personas cada día. En este sentido la calidad de la formación de los ingenieros es de especial preocupación. Uno de los aspectos según algunos autores (Bueno, 2018) es promover el desarrollo de la investigación científica, social y humanística en temas sociales prioritarios.

Considerando que la tendencia docente en muchas universidades de la región que pretende dedicar la mayor parte de las actividades al aprendizaje de reglas de cálculo sin apoyarse en la comprensión de conceptos, investigadores como Azcárate y Cols (1997) enfatizaron la importancia de utilizar múltiples representaciones en la definición de derivada por citar el ejemplo más connotado, en este sentido puede ser gráfica, digitales y algebraicos, para que se puedan conectar y corresponder las categorías de la aplicación de la derivada una a una, y de esa manera lograr una rica representación psicológica que refleje muchos aspectos relacionados con el concepto. Por lo general, la tarea de convertir entre diferentes sistemas de presentación de la aplicación de la derivada se minimiza en la enseñanza, lo que crea una limitación en la compresión. Duval (1998) afirmó que el uso de diferentes representaciones es fundamental para el desarrollo de ideas y la producción de conocimiento.

Diferentes autores apoyan esta idea y señalan que entender conceptos matemáticos significa convertir entre diferentes registros de representación, lo que se manifiesta en la posibilidad de movilización y expresión entre ellos (Rico, 2000; D'Amore, 2002). En este sentido, el propósito de este trabajo es revisar brevemente algunos métodos y modelos teóricos, que pueden proporcionar referencias para el desarrollo de modelos adecuados a las condiciones locales para tener un mejor desempeño en la enseñanza del cálculo diferencial y la aplicación de la derivada.

Materiales y métodos

El método utilizado para este breve abordaje es cuantitativo, mientras que su tipo se define como descriptiva y esencialmente bibliográfica. El tipo de investigación diseñado para tal es de carácter teórico correspondiéndose al bibliográfico con técnica de fichaje y análisis documental, centrado en la referencia sobre la enseñanza de la derivada en las universidades.

Resultados

La enseñanza del cálculo diferencial e integral en la formación inicial de las ingenierías sostiene un principal objetivo que es preparar a las personas para la vida, en el tránsito de estudiar carreras universitarias de ciencia y tecnología y estimular la creatividad (D´Ambrósio, 2002). Específicamente, el cálculo es un terreno fértil para la creatividad y es un campo propicio para la expresión de conjeturas, el razonamiento inductivo, la argumentación y el proceso deductivo (Fischbein, 1994).

El cálculo gira principalmente en torno a dos conceptos: variación y acumulación. En los siglos XVII y XVIII, fue vital para el desarrollo de la ciencia. Sin embargo, a principios del siglo XIX, la preocupación de la comunidad académica por el rigor creció tanto que los métodos actuales se centran más en la formalización que en el desarrollo de ideas y métodos reales destinados a resolver problemas y temas de carácter científico (Ímaz y Moreno, 2009). De esta manera, su enseñanza se ve empujada entre dos extremos: una enseñanza muy formal que atrae definiciones, teoremas y problemas estándar, o abandona conceptos en cursos y libros de texto, y una enseñanza limitada al uso o aplicación centrada en la relación de ejercicios (Cuevas y Pluvinage, 2009). Con base en lo anterior, exigir una adecuada enseñanza del cálculo e integral en la formación inicial de los ingenieros es propicia para la adquisición de sus habilidades de desarrollo profesional. Por ello, es necesario plantearse preguntas sobre el programa de aplicación para que los futuros ingenieros puedan utilizarlo, descubrirlo, explorarlo y desarrollarlo. Este es un equilibrio entre forma e intuición.

A la fecha, diversos informes de investigación en revistas profesionales continúan demostrando la necesidad de reconsiderar la enseñanza del cálculo para superar la limitada comprensión de sus conceptos y procedimientos. La investigación ha pasado de sugerir dificultades a sugerir alternativas basadas en nuevas estrategias de enseñanza. Utilizar nuevas herramientas técnicas para reforzar o descubrir ideas matemáticas; desarrollar y utilizar diferentes marcos teóricos; realizar investigaciones cualitativas en un grupo reducido de personas, e incluso formular una secuencia de enseñanza que incida en el currículo, y llevarla a cabo en todo el grupo de estudiantes en formación de ingeniería. Sin pretender ser muy exhaustivos, hemos seleccionado algunos artículos para ilustrar este trabajo, con el objetivo de brindar una muestra de las tendencias actuales en las que se piensa que el análisis ha pasado de cuestionar las enseñanzas a Cuestionar qué enseñar, aunque hasta cierto punto con cierta reserva.

De esta forma, incluimos el trabajo del curso de cálculo tradicional reportado por Zhang (2003): en un curso de 150 a 350 estudiantes, donde se muestra que los profesores dan conferencias formales para difundir conocimientos, mientras que los estudiantes observan y escuchan pasivamente, donde toman notas y reciben información. En dos semestres, cubrieron contenido tradicional: funciones, secuencias, límites, continuidad, derivadas y diferenciación, integrales, ecuaciones diferenciales y series. En la transmisión de esta información, el maestro es el ente directriz y el alumno es el receptor pasivo de la información que posee el maestro. Zhang reporta que pocos estudiantes intentan aprender cálculo cuando se encuentran por primera vez con esta forma de enseñanza, piensan que el cálculo es abstracto, aburrido y difícil de aprender. Señaló que la investigación muestra que las estrategias de enseñanza centradas en el maestro tienen inconvenientes porque no permiten un ambiente de aprendizaje positivo., esto ha disminuido el interés de los estudiantes, que en la mayoría de los casos han sustituido los estudios superficiales y se han centrado en la memoria y la reproducción. Zhang presento experiencias de enseñanza de cálculo en la Universidad de Sídney, Australia; muchas de las cuales pretende proponer a China para mejorar la calidad de la enseñanza del cálculo utilizando una estrategia de enseñanza centrada en el estudiante.

Zhang solo cuestionó un detalle como álgido que va en el sentido de cómo este contenido debería acercarse a los estudiantes. Dijo que al final, "el objetivo principal del curso es dotar a los estudiantes de los conceptos y teorías del cálculo, para que comprendan el pensamiento matemático y desarrollen su capacidad de pensar de forma lógica, profunda y creativa" (Zhang, 2003). Continuando con esta línea de pensamiento la innovación es importante y la tecnología informática puede y de hecho es una poderosa herramienta para comprender la aplicación de la derivada y muchos otros elementos Desde nuestro punto de vista, la tecnología informática se puede introducir en la enseñanza para resolver este problema al principio: los libros de texto tradicionales van acompañados de mejores imágenes, y en el aula se utiliza una calculadora para escanear. Mostrar el mismo contenido; y a la vez cómo mostrar el mismo contenido de manera diferente y atractiva. Según algunos autores (Moreno-Armella, Hegedus y Kaput, 2008) la evolución de los recursos tecnológicos brinda una nueva perspectiva teórica para estudiar el potencial de la didáctica docente para emplear los entornos tecnológicos dinámicos continuos, que son la etapa final de dicho desarrollo. En las fases anteriores se encuentran métodos de cálculo estático para determinar las respuestas al comportamiento humano y las Spreadsheets (formularios electrónicos), que representan métodos discretos y dinámicos en los que "puede existir la colaboración entre el usuario y el entorno.

Nosotros valoramos los recursos informáticos dinámicos discretos, porque al tener en cuenta la investigación de Gordon y Gordon (2007) se visualizó la idea de utilizar datos para ajustar funciones para ayudar a los estudiantes a descubrir los teoremas básicos del cálculo y aplicaciones de la derivada. Su motivación radica en la forma en que se introduce estos algoritmos en los cursos tradicionales, donde una función de área se introduce como una integral definida y los estudiantes la encuentran a veces respuesta no tan explícita a nivel didáctico por el profesor. Gordon y Gordon en su estudio no comentaron sobre la experiencia del uso de hojas de cálculo para realizar investigaciones de teoremas en los estudiantes, pero creen firmemente que el problema de aprender teoremas puede solucionarse utilizando recursos informáticos para obtener valores numéricos y luego equiparlos con funciones matemáticas. Finalmente, se expresa una latente preocupación por las representaciones tradicionales que llevaron al contenido: "Por supuesto, una vez descubierta o inducida la "fórmula", se puede recurrir al argumento algebraico restringido para probar formalmente el resultado". Todavía se tiene la impresión de que el método de inducción del teorema no es un método tradicional, pero la expresión formal del resultado debe desarrollarse formalmente, como si esto estuviera verificando a su vez el método de enseñanza.

Estos autores Gordon y Gordon (2007) presentaron un caso en el que la gestión de recursos técnicos proporciona una alternativa innovadora para presentar cierto contenido matemático. Los métodos y métodos de enseñanza se han modificado en cierta medida; sin embargo, la exactitud de los resultados matemáticos aún puede demostrarse mediante su expresión formal y rigurosa. Asimismo, al analizar las fuentes referenciales de modelos didácticos encontramos el trabajo de Thompson y Silverman (2007) para ilustrar la aplicación de los hallazgos de naturaleza cognitiva. Estos investigadores consideraron algunas de las dificultades para documentar funciones como conceptos de proceso. Su investigación tiene como objetivo determinar cuáles son los mecanismos por los cuales los estudiantes comprendan el cálculo: centrándose en la dificultad de la acumulación. Creen que a los estudiantes les cuesta pensar en lo que se acumula cuando no pueden conceptualizar lo que se acumula; siendo emergente la expresión matemática de la función acumulativa tiene tantas partes cambiantes (como x, t, $f(t)$, $F(x)$) que la dificultad para comprender y usar el símbolo es natural. El estudiar las ideas de Thompson y Silverman se analiza un diseño cuidadoso propuesto de una alternativa a la enseñanza del cálculo en consideración de los aspectos cognitivos, el cual emplea un discurso coherente entre los estudiantes, en el que los conceptos de derivación (tasa de cambio) e integral (acumulativo) conceptualizan en la relación entre funciones como la tasa de cambio de cantidad, acumulación de cantidad, modelo, límite, antiderivada, uniformidad y convergencia puntual, y la relación entre funciones de dos o más variables. Este modelo reconoce que, aunque se necesita más trabajo para desarrollar instrucciones para este propósito, creemos que, como se describe en este capítulo, el foco en la función de acumulación será el centro (Thompson y Silverman, 2007).

A pesar de estar en un nivel progresista ideas y modelos importantes han calado profundamente en la didáctica de la matemática y en la enseñanza del cálculo; uno de los más notables es la propuesta de Polya. La investigación heurística se basa en la investigación pionera del matemático húngaro George Polya (1887-1985), quien dedicó la mayor parte de su carrera investigadora a desarrollar teorías heurísticas para resolver problemas matemáticos y describirlos en detalle. Logrando generar el método heurístico.

En el desarrollo de métodos heurísticos, el foco está en el análisis y la síntesis, y naturalmente partimos del método de análisis y luego sintetizamos, como dijo Polya: "El análisis es invención, la síntesis es ejecución". Como escribió Polya en su libro ya clásico; y como explica en la frase “existe una tendencia entre los matemáticos la cual es en el estudio de métodos heurísticos”. Como lo señala Polya (1986) que “las matemáticas presentan dos caras: por un lado, son la ciencia rigurosa de Euclides, pero también son algo más. Las matemáticas presentadas a la manera euclidiana aparecen como una ciencia sistemática, deductiva; pero las Matemáticas en vía de formación aparecen como una ciencia experimental, inductiva “. Es en este sentido es necesario fundamentar que los modelos heurísticos pretenden constituir rutas algorítmicas para poder resolver asertivamente problemas matemáticos el desarrollo de habilidades para solucionar problemas relacionados con la aplicación de la derivada. El resolver estos problemas ha sido el culmen de la formación en inducción que los ingenieros necesitan para solventar ya problemas de su propia especialidad.

Discusión

Los métodos heurísticos a menudo proponen estrategias para guiar el descubrimiento del conocimiento, Polya nos brinda una sugerencia que puede extenderse a varios campos especializados de las matemáticas e incluso puede hacer grandes contribuciones a otros campos del conocimiento y campos del conocimiento. En resumen, el método heurístico que propone Polya ante un problema se puede dividir en 4 pasos: 1. Resumir sin comprender el problema. 2. Haga un plan. 3. Haga un plan y resuelva el problema. 4. Verifique el problema y su solución, es decir, mire hacia atrás. Polya dijo que para entender una teoría hay que saber cómo se descubrió, por eso su enseñanza enfatiza el proceso de descubrimiento de conocimientos a la hora de resolver problemas.

La teoría de Müller (Puig y Cerdan, 1996) estima por ejemplo que debemos considerar que antes de resolver el problema, debemos considerar los principios y reglas heurísticas, de esta forma utilizar los recursos a utilizar (estrategias heurísticas) para resolver adecuadamente los diversos problemas de nuestra realidad. problema. La teoría de Horst Müller se basa en la metodología científica y es aplicable a diferentes disciplinas científicas. Ha establecido principios, reglas, estrategias y procedimientos para ayudar a encontrar soluciones a los problemas, pero ningún algoritmo puede resolverlos. problema.

solución. El método o proceso heurístico propuesto por Müller es: establece recomendaciones para descubrir o encontrar directamente el conocimiento de solución; proporciona medios o recursos y soluciones, lo cual aproxima al concepto manejado por Polya. El énfasis aquí está en la analogía y la reducción (modelado matemático). Reglas heurísticas: Se ejecutan como impulsos generales para un proceso de búsqueda, y son especialmente útiles para encontrar soluciones (mecanismos, recursos, métodos). La estrategia heurística permite llevar a cabo actuar como un recurso organizativo para el proceso de solución de los problemas de la derivada, especialmente útil para encontrar la forma de resolver estas situaciones. Logramos identificar como la clave de la estrategia el diseñar un proceso de resolución que se inicie con la información (datos) dada, la cual debe conducir a la solución del problema, algunas personas lo expresan como un supuesto del problema.

Conclusión

Se puede concluir que esta revisión esboza brevemente diversas teorías y modelos que permiten establecer los parámetros necesarios para la enseñanza de la derivada en las universidades, entre estas teorías y modelos, el modelo heurístico de Polya es el más significativo. Modelo, ya que nos aproxima la investigación de estructuras metodológicas y docencia con más medida a la realidad concreta.

Referencias bibliográficas

Azcárate, C. & Cols. (1997). Cálculo diferencial e integral. España: Síntesis

Bueno, S; Pérez, O. 2018. La idoneidad epistémica del concepto función real de una variable real en carreras de ingenierías. Revista Educación Matemática. 30(2), 202-231.

Cuevas, C. y Pluvinage, F. (2009). Cálculo y tecnología. Revista el Cálculo y su Enseñanza, 1, 45-59. Recuperado de http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/index.php?vol=1&index_web=7&index_mgzne

D´Amore, B. (2002). La complejidad de la noética en matemática como causa de la falta de devolución. Revista TED de la Universidad Pedagógica de Bogotá. Colombia

D'Ambrósio, U. (2002). A matemática nas escolas. Educação Matemática em Revista, 9(11), 29-33.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del Pensamiento. En HITT, F. (Ed.). Investigaciones en Matemática Educativa II. pp. 173-201. Grupo Editorial Iberoamérica: México. Traducción de: Registres de représentationsémiotique et functionnementcognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Vol. 5 (1993).

Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. En R. Biehler., R. Scholz., R. Strässer y B. Winkelmann (Eds.), Didactics of mathematics as a scientific discipline (pp. 231-245). Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Rudolf_Straesser/publication/227113904_Cultural_Framing_of_Teaching_and_Learning_Mathematics/links/0deec5231ab119d511000000.pdf#page=242

Gordon, S. P. & Gordon, F. S. (2007). Discovering the fundamental theorem of calculus. *Mathematics Teacher 100* (9), 597–604.

Ímaz, C y Moreno, L. (2009). Sobre el desarrollo del cálculo y su enseñanza. Revista el Cálculo y su Enseñanza, 1, 99-112. Recuperado de http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/index.php?vol=1&index_web=7&index_mgzne

Moreno–Armella, L., Hegedus S. & Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics 68,* 99– 111.

Pérez, O. 2018. La Matemática Educativa en Camagüey: incidencia social de un programa de maestría. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 21(2), 125-130.

Polya, G. (1986). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas

Puig, L. (1998). El estilo heurístico de resolución de problemas. Universidad de Valencia. España

Puig, L. y Cerdan, F. (1996). Un curso de heurística matemática para la formación del profesorado. Revista de didáctica de las matemáticas. España

Rico, L. (2000). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. IV Simposio SEIEM. Huelva. España.

Thompson, P. W. & Silverman, J. (2007). The concept of accumulation in calculus. In M. Carlson & Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp.117–131). Washington D.C.: Mathematical Association of America.

Zhang, B. (2003). Using student–centered teaching strategies in calculus. In M. Peat (Ed.), *The China papers: Tertiary science and mathematics teaching for the 21st century 2,* 100–103